ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III
Final / 20-ABR-2021

1. [2.5 puntos] Sea $v = (v_1, v_2, \ldots, v_n) \in \mathbb{N}^n$ un vector conteniendo los valores de las monedas en circulación, y sea $c = (c_1, c_2, \ldots, c_n) \in (\mathbb{N} \cup \{+\infty\})^n$ otro vector conteniendo las respectivas cantidades disponibles de monedas de cada valor. Diseñar un algoritmo basado en programación dinámica que determine la mínima cantidad de monedas que permiten formar un importe dado $w \in \mathbb{N}$. Si es imposible formar ese importe, el algoritmo debe indicarlo.

   Ejemplos:

   - Para $n = 2$, $v = (5, 1)$, $c = (1, +\infty)$ y $w = 10$, el resultado es 6.
   - Para $n = 2$, $v = (5, 3)$, $c = (+\infty, +\infty)$ y $w = 7$, es imposible formar el importe w.

   Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad (temporal y espacial). Justificar.

2. [2.5 puntos] Dado $G = (V, E)$. Demostrar que si $v \in V$ es un punto de corte de G entonces no es punto de corte de $\bar{G}$. Recordar que un vértice v es punto de corte si la cantidad de componentes conexas de $G - v$ es mayor que la cantidad de componentes conexas de G.

3. [2.5 puntos]

   (a) Modificar el algoritmo de Dijkstra para que encuentre todos los caminos mínimos entre un par de vértices dados.

   (b) Adaptar el algoritmo de Dijkstra para el caso donde tanto los vértices como las aristas tengan peso que contribuye a la longitud del camino.

   (c) Modificar el algoritmo de Dijkstra para que encuentre el camino más corto entre dos vértices dados tal que la longitud de la arista de mayor longitud en el camino es minimizada.

4. [2.5 puntos] Justificar todas las respuestas.

   (a) ¿Qué podemos decir de un problema Π_1 si se tiene una reducción polinomial de Π_1 a Π_2 y se sabe que $\Pi_2 \in P$?

   (b) ¿Qué podemos decir de un problema Π_1 si se tiene una reducción polinomial de Π_1 a Π_2 y se sabe que $\Pi_2 \in NP$?

   (c) ¿Qué podemos decir de un problema Π_1 si se tiene una reducción polinomial de Π_1 a Π_2 y se sabe que $\Pi_2 \in NP - C$?

   (d) ¿Qué podemos decir de Π_2 si se tiene una reducción polinomial de Π_1 a Π_2 y se sabe que $\Pi_1 \in NP - C$?

   (e) ¿Qué podemos decir de Π_2 si se tiene una reducción polinomial de Π_1 a Π_2 y se sabe que $\Pi_1 \in NP - C$ y que $\Pi_2 \in NP$?